



DEPARTAMENT D'ANÀLISI MATEMÀTICA
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
Carrer Doctor Moliner 50
46100 Burjassot, València

Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería ITT Telemática

Tema 3

Ejercicio 1

Demostrar por inducción:

- (a) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$.
- (b) $1^2 - 2^2 + \dots + (-1)^{n+1}n^2 = (-1)^{n+1}n(n+1)/2$.
- (c) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = n^2(n+1)^2/4$.

Ejercicio 2

Para una lista de n datos, el algoritmo de Williams requiere aproximadamente

$$c_n = 2 \sum_{k=1}^{\lfloor n/2 \rfloor} \log_2 \left(\frac{n}{k} \right) + 2 \sum_{j=1}^{n-1} \log_2 j$$

comparaciones. Demostrar que $c_n = O(n \log n)$.

Ejercicio 3

Sabiendo que $\frac{1}{n+1} < \log(n+1) - \log n < \frac{1}{n}$ para todo $n \in \mathbb{N}$, probar que la sucesión de término general

$$a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \log n$$

es monótona decreciente y de términos positivos. Como consecuencia hallar

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{2n} \right).$$